

ZADANIE

Dla I klasy liceum z B22

1. Metryczka zadania

Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B22-4	1.6	średnio trudne	6	8

2. Treść zadania

- A. Niech x oznacza liczbę dodatnią różną od 1. Wyznacz ją wiedząc, że $\log_{10} x = 1$ lub $\log_x 10 = 1$.
- B. Rozstrzygnij, czy w rozważaniach w podpunkcie A liczbę 10 można zastąpić dowolną dodatnią liczbą rzeczywistą.
- C. Wyznacz wszystkie rzeczywiste liczby b , dla których zachodzi równość $\log_7 7^b = 10$.
- D. Czy wartość b w podpunkcie C potrafisz wyznaczyć przy dowolnej liczbie różnej od 10. Sformułuj stosowny wniosek.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

- A. Korzystając w obu przypadkach z definicji logarytmu otrzymujemy: $x = 10$.
- B. Połóżmy w miejsce 10 dowolną dodatnią liczbę a . Zauważmy, że wtedy pierwszy warunek jest postaci $\log_a x = 1$ i z definicji logarytmu można zapisać go w postaci $x = a$, w którym a jest dowolną liczbą dodatnią różną od 1. Otrzymaliśmy zatem ważną własność logarytmu, że $\log_a a = 1$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$. Natomiast zamieniając liczbę 10 w drugim warunku na dodatnią liczbę a dostajemy $\log_x a = 1$, skąd wynika, że $x = a$. Ponieważ x jest podstawą logarytmu, to zgodnie z definicją jest $x \neq 1$.
- C. Stosując definicję logarytmu mamy $7^{10} = 7^b$, skąd $b = 10$.
- D. Niech a oznacza dowolną liczbę rzeczywistą. Wtedy warunek z podpunktu C przyjmuje postać $\log_7 7^b = a$ i stosując definicję logarytmu dostajemy $7^a = 7^b$, zatem $b = a$.
Uzyskaliśmy zatem ważną własność logarytmu $\log_7 7^b = b$ dla każdej wartości rzeczywistej b .

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	poprawne wyliczenie wartości x z pierwszego równania	1
	poprawne wyliczenie wartości x z drugiego równania	1
B	uogólnienie wyniku z pierwszego równania w podpunkcie A	1
	uogólnienie wyniku z drugiego równania w podpunkcie A	1
C	poprawne zastosowanie definicji logarytmu i wyliczenie wartości	1
D	uogólnienie wyniku z podpunktu C	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

praca samodzielna, zadanie projektowe

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**WYŻSZA SZKOŁA
EUROPEJSKA**
IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

